Musterlösung zur Klausur zum Kurs 42110 „Preisbildung auf unvollkommenen Märkten und allgemeines Gleichgewicht“, vom 12.09.2008, Aufgabe 3

Die folgende Lösungsskizze soll Ihnen einen Anhaltspunkt geben, wie die Bearbeitung der Aufgaben aussehen könnte. Bei den verbal zu beantwortenden Fragen sind Hinweise zu den Teilen der Kurseinheit angegeben, die Sie zur Lösung heranziehen sollten. Des Weiteren sind einige Stichpunkte angegeben, welche behandelt werden sollten. Die Lösungen zu den Rechenaufgaben sind sehr knapp gehalten. Beachten Sie bitte, dass in der Klausur Ihre Ergebnisse nachvollziehbar sein müssen.

Aufgabe 3 (33 Punkte)

In der schönen Stadt Bielefake leben nur die beiden Sportskameraden Robin Sun (R) und Sonntag (S). Beide haben sich anlässlich des Finales der Fußball Europameisterschaft zum Public-Viewing auf der Bielefaker Alm verabredet. Für das leibliche Wohl steuert Robin 18 Flaschen (drei Six-Packs) Bier der Marke „Fake-Stoff“ (B) bei, Sonntag bringt seinerseits 6 Rostbratwürstchen „Original Bielefaker Enddarmgriller“ (W) mit.

Sowohl Robin als auch Sonntag sind Absolventen der FernUni in Hagen. Da ihnen besonders die Wirtschaftstheorie zusagte und die allgemeine Gleichgewichtstheorie ihr Steckenpferd war, wollen die beiden die Verteilung der Güter für das Public-Viewing nach der hohen Kunst einer Tauschökonomie vollziehen. Beide geben an, dass ihre Nutzenfunktion $U=\sqrt{B\cdot W}$ ist. Robin schlägt vor, der Einfachheit halber Bier und Wurst im Verhältnis 1:1 zu tauschen. Sonntag wirft ein, dass dies aber zu keinem Konkurrenzgleichgewicht führt und schlägt daher vor drei Flaschen Bier gegen eine Wurst zu tauschen.

a) Formulieren Sie das Nutzenmaximierungsproblem von Robin S. *(Hinweis: Es ist keine Rechnung verlangt.)* **(4 Punkte)**

Vgl. KE 3, S. 17

Anfangsallokation: $\overline{B}=\overline{B}_R+\overline{B}_S \;\wedge\; \overline{W}=\overline{W}_R+\overline{W}_S$

Nutzenmaximierungsproblem: $L_R=\sqrt{B_R\cdot W_R}+\lambda\left[\overline{U}_S-\sqrt{(\overline{B}-B_R)(\overline{W}-W_R)}\right]$

mit $\overline{U}_S=0$, $\overline{B}=18$ und $\overline{W}=6$: $L_R=\sqrt{B_R\cdot W_R}-\lambda\left[\sqrt{(18-B_R)(6-W_R)}\right]$

b) Erläutern Sie bitte kurz, was man unter einer Pareto-optimalen Allokation versteht. Welche Allokation würde sich bei Robins Tauschverhältnis einstellen? Welche bei Sonntags Tauschverhältnis? Sind die beiden Allokationen sowie die Anfangsausstattung Pareto-optimal? **(10 Punkte)**

Pareto-Optimalität: vgl. KE 3, S. 15

R's Tauschverhältnis: $B_R^R=15,\ W_R^R=3,\ B_S^R=3,\ W_S^R=3$

S' Tauschverhältnis: $B_R^S=9,\ W_R^S=3,\ B_S^S=9,\ W_S^S=3$

Beide Tauschverhältnisse sind Pareto-optimal, die Anfangsausstattung hingegen nicht.

***Hinweis**: Eine Pareto-optimale Allokation bedeutet, dass kein Akteur besser gestellt werden kann, ohne einen anderen Akteur schlechter zu stellen. Diese Bedingung ist auch bei dem exogen vorgegebenen Tauschverhältnis von R und der sich daraus ergebenden Allokation* $B_R^R=15,\ W_R^R=3,\ B_S^R=3,\ W_S^R=3$ *der Fall. Dass bei dieser Allokation die Grenzraten der Substitution nicht gleich sind, liegt an dem fest vorgegebenen und nicht gleichgewichtigen Preisverhältnis von R. Wir befinden uns hier auf dem Schnittpunkt der Tauschkurve von S mit der von R vorgeschlagenen Preisgerade (vgl. hierzu bspw. auch den Punkt d in Abbildung A 3.2-8 auf S. 26). Da dies kein Gleichgewicht ist, gibt es noch mind. eine andere Allokation, für die mind. ein Akteur besser gestellt werden kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Allerdings ist diese Allokation nicht mit dem exogenen Preisverhältnis von R erreichbar. Mit diesem konstanten Preisverhältnis ist die sich ergebende Allokation Pareto-optimal. Es wurde jedoch auch als richtig gewertet, wenn Sie begründet haben, dass aufgrund der unterschiedlichen Grenzraten der Substitution noch Allokationen existieren müssen, die Pareto-besser sind als die sich mit dem Preisverhältnis von R ergebende Aufteilung.*

c) Erläutern Sie bitte kurz die beiden Hauptsätze der Wohlfahrtsökonomie. Welches Preisverhältnis (Robins oder Sonntags) führt zu einem Konkurrenzgleichgewicht in einer Tauschwirtschaft? Welche Bedingung muss hier gelten? **(8 Punkte)**

Hauptsätze der Wohlfahrtsökonomie: vgl. KE 3, S. 39 ff.

Bedingung Konkurrenzgleichgewicht einer Tauschwirtschaft (vgl. KE 3, S. 39): $GRS_R(B,W)=GRS_S(B,W)=\frac{P_W}{P_B}$

Preisverhältnis entspricht hier dem von R bzw. S vorgeschlagenem Tauschverhältnis.

Konkurrenzgleichgewicht: R's Tauschverhältnis: Nein, S' Tauschverhältnis: Ja

Exkurs zu Aufgabenteil b) und c):

Es gibt immer wieder Anfragen, wie man das Gleichgewicht rechnerisch lösen kann. Allgemein ist es i.d.R. nicht möglich (ohne weitere Angaben, insb. Hinweise zum Preisverhältnis) ein Gleichgewicht zu bestimmen. Das entstehende Gleichungssystem ist unterbestimmt (es existieren mehr unbekannte Variablen als Gleichungen).[1] In diesem speziellen Fall gelingt es jedoch ohne weitere Annahmen:

Die allgemeine Herangehensweise zur Ermittlung des Tauschoptimums:

Gleichgewichtsbedingung:

(1) $$GRS_R = GRS_S = \frac{P_W}{P_B} \Leftrightarrow \frac{B_R}{W_R} = \frac{B_S}{W_S} = \frac{P_W}{P_B}$$

Budgetrestriktionen (Wert der Anfangsausstattung = Wert der Gleichgewichtsallokation):

(2) $$P_B B_R^0 + P_W W_R^0 = P_B B_R + P_W W_R \\ \Leftrightarrow 18 P_B = P_B B_R + P_W W_R$$

(3) $$P_B B_S^0 + P_W W_S^0 = P_B B_S + P_W W_S \\ \Leftrightarrow 6 P_W = P_B B_S + P_W W_S$$

Erstausstattungsrestriktionen:

(4) $$B_R + B_S = 18$$

(5) $$W_R + W_S = 6$$

Zur Erinnerung: Gesucht sind $B_R, W_R, B_S, W_S, P = \frac{P_W}{P_B}$ *bei nur fünf Gleichungen, das System ist also unterbestimmt, d.h. nicht eindeutig lösbar.*

(4) und (5) kann man nun in (1) und (3) [oder (1) und (2)] einsetzen:

(1)' $$\frac{B_R}{W_R} = \frac{18 - B_R}{6 - W_R} = \frac{P_W}{P_B}$$

(2)' $$P_B(18 - B_R) = P_W W_R \Leftrightarrow P = \frac{18 - B_R}{W_R}$$

(3)' $$P_B(0 - 18 + B_R) = P_W(6 - W_R - 6) \Leftrightarrow P_B(18 - B_R) = P_W W_R \Leftrightarrow P = \frac{18 - B_R}{W_R}$$

Da (2)' und (3)' äquivalent sind (die Budgetgeraden=gleichgewichtige Preisgeraden der beiden Akteure sollten ja auch identisch sein) ist das Gleichungssystem nun sogar zweifach unterbestimmt. Wir bräuchten spätestens jetzt also eine weitere Angabe. Normalerweise müsste man nun einen Wert für P raten oder man nimmt, wie in dieser Aufgabe, die (beiden) vorgegebenen Preisverhältnisse, hier $P_R = 1$ *bzw.* $P_S = 3$. *Damit ließe sich dann (1)' vereinfachen und würde uns die Lösung liefern.*

In diesem speziellen Fall (die Anfangsausstattungen liegen im Eckpunkt(!) der Edgeworthbox) können wir auch ausnahmsweise durch (1)'=(2)' zur Lösung kommen (ohne weitere Annahmen):

(1)'=(2)' $$\frac{18 - B_R}{6 - W_R} = \frac{18 - B_R}{W_R} \Rightarrow W_R = W_S = 3$$

und wegen (1): $GRS_R = GRS_S \Leftrightarrow \frac{B_R}{W_R} = \frac{B_S}{W_S} \Leftrightarrow \frac{B_R}{3} = \frac{B_S}{3}$ *folgt:* $B_R = B_S = 9$ *und* $\frac{P_W}{P_B} = 3.$

---

1 Es ist auch möglich, falls Sie die Kontrakt- und Tauschkurven berechnet haben, das Konkurrenzgleichgewicht über den Schnittpunkt der beiden Kurven zu berechnen. In diesem speziellen Fall können Sie das Gleichgewicht allerdings auch aus der Lage der Tauschkurven (siehe d)) direkt herleiten.

d) Machen Sie bitte Ihre Ergebnisse auch graphisch in einer Edgeworth-Box deutlich. Tragen Sie bitte auch die

- Anfangsausstattungen,
- Menge aller Pareto-Verbesserungen ausgehend von der Anfangsallokation und
- einige repräsentative Indifferenzkurven

in Ihr Diagramm ein.

Definieren Sie bitte kurz, was man unter
- einer Kontraktkurve,
- dem Kern einer Ökonomie und
- einer Tauschkurve

versteht und machen Sie diese auch in Ihrer Zeichnung kenntlich. **(11 Punkte)**

Kontraktkurve: vgl. KE 3, S. 14 f.

Kern einer Ökonomie: vgl. KE 3, S. 15 f.

Tauschkurve: vgl. KE 3, Kap. 3.2.3.1, S. 21 ff.

Edgeworthbox: vgl. u.a. die Abbildungen (A 3.2-4), S. 15, (A 3.2-8), S. 26, (L 21), S. 111 angepasst an die Aufgabenstellung und die Ergebnisse.

Hinweis*: Bei dieser Teilaufgabe wurden keine genauen, insb. berechneten, Kurven erwartet. Es war vollkommen ausreichend, wenn die Kurven analog zu den o.a. Abbildungen eingezeichnet wurden. Wichtig war v.a., dass erkennbar war, durch welche wichtigen Punkte die Kurven verlaufen (bspw. die Kontraktkurve verbindet die beiden Koordinatenursprünge und geht durch das Konkurrenzgleichgewicht; die Indifferenzkurven tangieren sich auf der Kontraktkurve und insb. im Konkurrenzgleichgewicht; die Tauschkurven beginnen in der Anfangsausstattung, verlaufen innerhalb der Tauschlinse und gehen durch das Konkurrenzgleichgewicht; etc.).*

Wenn Sie (bspw. zur Klausurvorbereitung) die genaue Lage der Kurven ausrechnen möchten, so werden Sie wegen der besonderen Lage der Anfangsallokation zu abweichenden Ergebnissen kommen: Die Tauschlinse umfasst die gesamte Edgeworthbox; der Kern der Ökonomie entspricht deshalb der gesamten Kontraktkurve; die Tauschkurven sind Geraden (genauer Parallelen zu den Achsen) mit $B_R = 9$ *bzw.* $W_S = 3$ *für R bzw. S.*[2]

Beide Lösungsalternativen wären bei dieser Klausuraufgabe als richtig gewertet worden.

Beachten Sie bitte auch die zu vergebenden Punkte. Ein Punkt entspricht einer maximalen Bearbeitungszeit von 1,2 Minuten. Sie hätten für diese Teilaufgabe demnach max. 13,2 Minuten Zeit gehabt für die Zeichnungen und die Definitionen. Ein genaues Einzeichnen war schon deshalb nicht im Erwartungshorizont.

2 *„Formal-technischer“ Hintergrund für die Lage und Form der Tauschkurven: Die „ungewöhnliche“ Form der Tauschkurve liegt an den Anfangsausstattungen am Rand der Edgeworthbox. Dadurch dreht sich die Preis-=Budgetgerade um den Achsenabschnitt. Aus Sicht eines Haushalts ändern sich nun nicht beide Preise (wie bei Anfangsausstattungen innerhalb der Edgeworthbox) sowie das Budget, sondern nur noch ein Preis (bei Konstanz des Kreuzpreises und des Budgets). Aus der Haushaltsoptimierung/ Nutzenmaximierung im Grund-/ Bachelorstudium ist bekannt, dass bei Cobb-Douglas-Nutzenfunktionen die Nachfrage nach einem Gut (Preis-Konsum-Kurve bzw. Marshall'sche Nachfragefunktion) nur vom Eigenpreis, aber nicht vom Kreuzpreis, abhängig ist. Die Nachfrage nach dem Gut, dessen Preis konstant bleibt, ist demnach auch konstant und deswegen erhalten wir hier Parallelen zu den Achsen als Tauschgeraden.*