Musterlösung zur Einsendearbeit zum
Kurs 42110 „Preisbildung auf unvollkommenen Märkten und allgemeines Gleichgewicht“,
Kurseinheit 1

Die folgende Lösungsskizze soll Ihnen einen Anhaltspunkt geben, wie die Bearbeitung der Aufgaben aussehen könnte. Bei den verbal zu beantwortenden Fragen sind Hinweise zu den Teilen der Kurseinheit angegeben, die Sie zur Lösung heranziehen sollten. Des Weiteren sind einige Stichpunkte angegeben, welche behandelt werden sollten. Die Lösungen zu den Rechenaufgaben sind sehr knapp gehalten. Beachten Sie bitte, dass in der Klausur Ihre Ergebnisse nachvollziehbar sein müssen.

Aufgabe 1 **(100 Punkte)**

Auf dem Markt für das homogene Gut *Telefonauskünfte* gibt es zwei Firmen, die *V. Fieldbush GmbH* und die *D. Cathills AG*. Die Nachfragefunktion nach dem homogenen Gut *Telefonauskunft* sei $X(P)=202-200P$, wobei X die Anzahl der zum Preis P nachgefragten *Telefonauskünfte* sei. Die beiden Firmen wählen simultan ihre Preise und ihnen entstehen variable Kosten in Höhe von $c=0{,}01$ pro *Telefonauskunft*. Weitere Kosten entstehen nicht.

a) Wie nennt man das zugrundeliegende Modell? Ermitteln Sie die gleichgewichtigen Preise und die Gewinne im statischen Wettbewerb. Wie viele *Telefonauskünfte* werden nachgefragt? **(10 Punkte)**

Bertrand-Preiswettbewerb, vgl. KE 1, Kap. 1.2.3, S. 40 ff.:

Unternehmen werden sich (bei homogenen Gütern) gegenseitig unterbieten, da die Konsumenten jeweils beim günstigsten Anbieter kaufen würden. Dieser Unterbietungswettlauf würde (bei identischen Stückkosten) erst enden, wenn der Preis auf die Höhe der Grenzkosten gesunken ist.

$P^B=K'=0{,}01 \Rightarrow G^B=P-K'=0 \Rightarrow X^B=202-200P=200$

b) Die beiden Duopolisten überlegen, ob Sie durch eine Kooperation ihre Gewinne steigern könnten. Ermitteln Sie die optimalen Kollusionspreise und die zugehörigen Gewinne. Gehen Sie dabei davon aus, dass die nachgefragten Mengen gleichmäßig auf beide Firmen aufgeteilt werden. **(15 Punkte)**

Kartell, vgl. KE 1, S. 23 ff.:

Die beiden Duopolisten verhalten sich wie ein Monopolist. Ein Monopolist kann wahlweise den Preis oder die Menge festlegen (vgl. bspw. Kurs *Theorie der Marktwirtschaft*, KE 5, Kap. 5.1, S. 1). Beide alternativen Lösungswege werden deshalb als richtig gewertet:

Alternative 1:

- gemeinsame Gewinnfunktion: $G^K(P)=(202-200P)P-\frac{1}{100}(202-200P)$
- Bedingung 1. Ordnung: $\frac{\partial G^K}{\partial P}=204-400P=0$
- $\Rightarrow\ P^K=\frac{51}{100},\ X^K=100,\ X_V^K=X_D^K=50,\ G_V^K=G_D^K=25$

Alternative 2:

- inverse Nachfragefunktion: $P(X)=\frac{101}{100}-\frac{1}{200}X$
- gemeinsame Gewinnfunktion: $G^K(X)=\left(\frac{101}{100}-\frac{1}{200}X\right)X-\frac{1}{100}X$
- Bedingung 1. Ordnung: $\frac{\partial G^K}{\partial X}=1-\frac{1}{100}X=0$
- $\Rightarrow\ X^K=100,\ X_V^K=X_D^K=50,\ P^K=\frac{51}{100},\ G_V^K=G_D^K=25$

Alternative 2': *Allgemeingültige Bestimmung (auch bei nichtlinearen Kostenfunktionen)*

- gemeinsame Gewinnfunktion:

$$G^K(X_V+X_D)=P(X_V+X_D)(X_V+X_D)-K_V(X_V)-K_D(X_D)$$

$$G^K(X_V+X_D)=\left(\frac{101}{100}-\frac{1}{200}(X_V+X_D)\right)(X_V+X_D)-\frac{1}{100}(X_V+X_D)$$

- Bedingung 1. Ordnung:

$$\frac{\partial G^K}{\partial X_V}=1-\frac{1}{100}X_V-\frac{1}{100}X_D=0$$

$$\frac{\partial G^K}{\partial X_D}=1-\frac{1}{100}X_V-\frac{1}{100}X_D=0$$

- $\Rightarrow\ X_V+X_D=100$, mit $X_V=X_D$ folgt $2X_V=100\ \Leftrightarrow\ X_V^K=X_D^K=50,\ P^K=\frac{51}{100},\ G_V^K=G_D^K=25$

c) Angenommen die beiden Firmen würden unendlich oft interagieren. Wäre das Kartell der beiden Telefonauskunfteien stabil? Gehen Sie bei Ihren Berechnungen von einem Diskontsatz von $i=0{,}8$ aus. **(20 Punkte)**

Dynamische Analyse, unendliche Wiederholungen, vgl. KE 1, Kap. 1.3.2.2, S. 76 ff.:

- Gewinn ohne Kartellabsprachen (vgl. a)): $G_V^B = G_D^B = 0$
- Gewinn Kartell (vgl. b)): $G_V^K = G_D^K = 25$
- Gewinn Defektion: marginale Unterbietung des Kollusionspreises $\Rightarrow$ (nahezu) gesamte Kartellnachfrage liegt beim unterbietenden Unternehmen $\Rightarrow$ (nahezu) der gesamte Kartellgewinn liegt beim unterbietenen Unternehmen: $G_j^{Def} \approx 2\,G_j^K = 50$
- Kapitalwert: $C_j = \sum_t i^t G_{j,t}$
- Summenformel der unendlichen geometrischen Reihe: $\sum_{t=0}^{\infty} i^t = \frac{1}{1-i}$ bzw. $\sum_{t=1}^{\infty} i^t = \frac{i}{1-i}$
- Kapitalwert bei dauerhafter Kooperation: $C_j^K = G_j^K \sum_{t=0}^{\infty} i^t = G_j^K \frac{1}{1-i} = 125$
- Kapitalwert bei Defektion: $C_j^{Def} = G_j^{Def} + G_j^B \sum_{t=1}^{\infty} i^t = G_j^{Def} = 50$
- $C_j^K > C_j^{Def}$ $\Rightarrow$ Kooperation ist vorteilhaft.

Alternativer Lösungsansatz: Die Lösung wird auch als richtig gewertet, wenn über den Vergleich mit dem kritischen Diskontsatz geantwortet wurde (mit Herleitung[1]):

- Kapitalwertvergleich: $C_j^K \geq C_j^{Def} \;\Leftrightarrow G_j^K \frac{1}{1-i} \geq G_j^{Def} \;\Leftrightarrow i_k \geq 1 - \frac{G_j^K}{G_j^{Def}} = \frac{1}{2}$
- Da offensichtlich $i=0{,}8 \geq i_k = 0{,}5$ ist das Kartell stabil.

***Hinweis**: Es wurde ebenfalls als richtig gewertet, wenn die Ergebnisse in Abhängigkeit von ϵ oder mit einem $\epsilon = 0{,}01\,(Euro)$ berechnet wurden.*

d) Nehmen Sie nun an, die beiden Firmen wüssten, dass wegen der zunehmenden Verbreitung des Internets der Markt für *Telefonauskünfte* nur noch zehn Jahre existieren wird. Wäre das Kartell unter diesen veränderten Rahmenbedingungen stabil? Begründen Sie kurz Ihre Entscheidung. **(15 Punkte)**

Vgl. KE 1, Kap. 1.3.2.1, S. 75 f.:

Lösung durch Rückwärtsinduktion: Defektion ist in letzter Periode vorteilhaft, da der Gewinn bei Defektion größer ist als bei Kooperation und (zumindest lt. Aufgabenstellung) eine Bestrafung des Abweichlers nicht vorgesehen ist. Hierdurch ist Defektion in der Periode davor vorteilhaft, usw.; Kooperatives Verhalten ist in keiner Periode vorteilhaft.

---

1 Beachten Sie bitte (auch in der Klausur!), dass ohne hinreichende Herleitung, insb. lediglich der Nennung der Formel für den kritischen Diskontsatz $i_k \geq \frac{G_i^{Def} - G_i^K}{G_i^{Def} - G_i^B}$, die Aufgabe nicht als vollständig gelöst gewertet werden kann. Es muss erkennbar sein, was Sie warum berechnen! Beim alternativen Lösungsansatz wurden nicht alle erforderlichen Zwischenschritte und Erläuterungen präsentiert, er ist bspw. noch mit Angaben aus dem ersten Lösungsansatz zu ergänzen.

e) Es sei weiterhin angenommen, dass der Markt für *Telefonauskünfte* nur noch zehn Jahre existiert. Die *V. Fieldbush GmbH* geht jedoch mit einer Wahrscheinlichkeit von $\alpha = 0{,}5$ davon aus, dass die *D. Cathills AG* sich nicht rational verhält, d.h. die Trigger-Strategie wählt. Sollte sich die *V. Fieldbush GmbH* in der ersten Periode kooperativ verhalten? Gehen Sie vereinfachend von einem Diskontfaktor $i' = 1$ aus. **(30 Punkte)**

Unvollständige Information: Positive Wahrscheinlichkeit für nicht-rationales Verhalten, vgl. KE 1, Kap. 1.3.2.5, S. 90 ff.:

Fall 1: D ist vom nicht rationalem Typ.

Wenn D vom nicht rationalem Typ ist, sich also solange kooperativ verhält wie V, dann ist die optimale Strategie in der letzten Periode zu defektieren. Der Gewinn beträgt dann: $G_V^{D|nr} = (T-1)\,G_V^K + G_V^{Def} = 275.$

Fall 2: D ist vom rationalem Typ.

Wenn D vom rationalem Typ ist, so defektiert D (im schlimmsten Fall) bereits in der ersten Periode. Der Gewinn von V ist demnach (egal, ob V in der ersten Periode defektiert oder kooperiert): $G_V^{D|r} = G^B = 0.$

Fall 3: Ohne Berücksichtigung des Typs von D...

...wäre die optimale Strategie von V die Defektion in der ersten Periode (vgl. d)). Der maximal mögliche Gewinn von V wäre demnach (falls D in der ersten Periode doch kooperieren sollte): $G_V^{Def} = 50.$

Erwarteter Gewinn, wenn V sich so lange kooperativ verhält, so lange sich D ebenfalls kooperativ verhält

$$E_1(G_V^K) = \alpha\, G_V^{D|nr} + (1-\alpha)\, G_V^{D|r} = \alpha\left((T-1)\,G_V^K + G_V^{Def}\right) + (1-\alpha)\, G^B = \frac{275}{2} \text{ bzw.}^{2}$$

$$E_2(G_V^K) = \alpha\, T\, G_V^K + (1-\alpha)\, G_V^B = 125$$

Nicht-Kooperation in der ersten Periode kann *nicht* optimal sein, falls gilt:

$$G_V^{Def} = 50 < E_1(G_V^K) = \alpha\left((T-1)\,G_V^K + G_V^{Def}\right) + (1-\alpha)\, G^B = \frac{275}{2} \text{ bzw.}$$

$$G_V^{Def} = 50 < E_2(G_V^K) = \alpha\, T\, G_V^K + (1-\alpha)\, G_V^B = 125$$

Kooperatives Verhalten von V in der ersten Periode lohnt sich demnach.

2 Die zweite Version (Alternative) ist dem Kurs entnommen, in dem aus Vereinfachungsgründen eine Kooperation über T Perioden angenommen wurde. Beide Lösungsalternativen wurden als richtig gewertet.

f) Wie viele Perioden wird die *V. Fieldbush GmbH* unter den Bedingungen der Teilaufgabe e) mindestens kooperieren? **(10 Punkte)**

Unvollständige Information: Positive Wahrscheinlichkeit für nicht-rationales Verhalten, vgl. KE 1, Kap. 1.3.2.5, S. 90 ff., insb. Übungsaufgabe 39:

Auch in den weiteren Perioden lohnt sich Kooperation für V, falls die obige unter e) ermittelte Bedingung gilt:

$$G_V^{Def} < \alpha\left((T-1)\,G_V^K + G_V^{Def}\right) + (1-\alpha)\,G^B \text{ bzw.}$$

$$G_V^{Def} < \alpha\,T\,G_V^K + (1-\alpha)\,G_V^B$$

Dies lässt sich umformen zu:

$$T_1 > 1 + \frac{(1-\alpha)\,G_V^{Def}}{\alpha\,G_V^K} = 3 \text{ bzw. } T_2 > \frac{G_V^{Def}}{\alpha\,G_V^K} = 4$$

Die Kooperation dauert demnach zumindest so lange an, wie für die verbleibenden Perioden die Bedingung $T_1 > 3$ bzw. $T_2 > 4$ erfüllt ist. Es wird also zumindest in den ersten 6 Perioden kooperiert.[3]

3 Beachten Sie: Bei der ersten Alternative muss die Bedingung strikt erfüllt sein, d.h. in Periode 7 ist die Bedingung $T_1 < 3$ bereits nicht mehr erfüllt. Bei der zweiten Alternative wurde jedoch eine Vereinfachung durchgeführt (Kooperation auch in der letzten Periode), so dass die Bedingung „schwächer" ist. Kooperation in der letzten Periode kann jedoch nicht optimal sein. Eine Defektion in der letzten Periode würde den Gewinn bei Kooperation $E_2(G_V^K)$ noch erhöhen, so dass sich kooperatives Verhalten „länger" lohnt, also mindestens auch noch, falls $T_2 > 4$ gerade nicht mehr gilt (vgl. hierzu auch die Anmerkung in Fußnote 83, S. 92). Die Bedingung ließe sich demnach auch zu $T_2 \geq 4$ umformulieren.